

مروری بر روش‌های پایش آماری پیشامدهای کمیاب و ضرورت پایش آنها در حوزه بهداشت و درمان

امیرافشین فتاحی: * استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد پرند

رسول نورالسنا: استاد، گروه صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

پرسنگ دوکوهکی: دانشجوی دکتری گروه سیستم‌های اقتصادی - اجتماعی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

مسعود باباخانی: استادیار، گروه سیستم‌های اقتصادی - اجتماعی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

فصلنامه پایش

سال دهم شماره چهارم پاییز ۱۳۹۰ صص ۴۳۷-۴۲۹

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۸۹/۱/۲۵

انشر الکترونیک پیش از انتشار - ۴ مهر ۱۳۹۰

چکیده

در حوزه بهداشت و درمان، مشخصه‌های کیفی متفاوتی وجود دارند که لازم است مورد پایش و کنترل قرار گیرند. البته پایش هر مشخصه کیفی نیازمند روش آماری (نمودار کنترل) خاصی است. مشخصه‌های کیفی خاصی در بهداشت و درمان وجود دارند که به دلیل نرخ رخداد بسیار کم آنها، این‌طور به‌نظر می‌رسد که دلیلی برای پایش و کنترل آنها وجود نداشته و یا اصلاً پایش آنها امکان‌پذیر نباشد؛ زیرا نرخ رخداد آنها به‌حدی کوچک است که پایش با استفاده از نمودارهای کنترل متداول p و np امکان‌پذیر نیست؛ در صورتی که برای چنین مشخصه‌های کیفی نیز روش‌های متنوعی با کارایی‌های گوناگون توسعه داده شده است. چنین مشخصه‌های کیفی، پیشامدهای بهداشتی نادر (Rare health events) نامیده می‌شوند.

در سال‌های اخیر با پیشرفت علوم و تکنولوژی، به‌تدریج سطح برخی از مشخصه‌های کیفی در حوزه بهداشت و درمان بهبود یافته است؛ تا حدی که این مشخصه‌ها به مشخصه‌هایی نادر و کمیاب بدل شده‌اند (مانند نرخ تولدهایی با ناهنجاری‌های مادرزادی، که این نرخ در جوامع توسعه‌یافته بسیار ناچیز است). شاید در نگاه نخست، چنین مشخصه‌هایی نیاز به پایش و کنترل نداشته باشند؛ ولی روش‌های آماری توسعه داده شده در این زمینه نشان می‌دهند که این مشخصه‌های کیفی نیز به سبب عوامل گوناگون (انحرافات غیرتصادفی) می‌توانند از کنترل خارج شده، ناهنجاری‌های فردی و اجتماعی را موجب شوند. به‌کارگیری چنین روش‌های آماری و توسعه آنها، لازمه بهبود مستمر در حوزه بهداشت و درمان برای هر کشور توسعه‌یافته و در حال توسعه است. از جمله مهم‌ترین این روش‌های آماری می‌توان به روش مجموعه‌ها (Sets method)، روش امتیاز تجمعی (CUSCORE)، روش SHDA و روش جمع‌تجمعی برنولی (Bernoulli CUSUM) اشاره کرد.

توسعه روش‌های متعدد در مورد پایش رخداد‌های کمیاب در بهداشت و درمان در سطح بین‌المللی تأییدی بر ضرورت به‌کارگیری این روش‌ها است. این مقاله درصدد است تا با معرفی معروفترین این روش‌ها و البته مقایسه آنها بر اساس شاخص متوسط طول دنباله (ARL)، کاراترین روش آماری را در این خصوص شناسایی کند.

کلیدواژه‌ها: بهداشت و درمان، پیشامدهای نادر (کمیاب)، کنترل فرآیند آماری، نمودارهای کنترل آماری، روش مجموعه‌ها، روش امتیاز تجمعی، روش SHDA، روش جمع‌تجمعی برنولی، متوسط طول دنباله

* نویسنده پاسخگو: شهر جدید پرند، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد پرند، گروه مهندسی صنایع

E-mail: afshinfatahi@iust.ac.ir

مقدمه

در بخش بهداشت و درمان مشخصه‌های کیفی (Quality Characteristics) متفاوتی وجود دارند که می‌توانند مورد پایش و کنترل قرار گیرند. مشخصه‌هایی کیفی مانند نرخ عفونت بیمارستان [۱]، نرخ مرگ و میر بیماران [۲]، میزان قند خون [۳] یا فشار خون [۴، ۵] یک بیمار و غیره از این جمله هستند؛ که البته هر کدام روش (نمودار کنترل) آماری خاصی را طلب می‌کند. ابزارهای پایش و کنترل مشخصه‌های کیفی را می‌توان در مقوله‌ای چون «کنترل فرآیند آماری» (Statistical Process Control: SPC) [۶]، به عنوان زیرسیستمی از مدیریت کیفیت، جستجو کرد. در بخش بهداشت و درمان مشخصه‌های کیفی دیگری نیز وجود دارند که به دلیل رخدادهای نادر (کمیاب) و ناچیز آن‌ها، ممکن است این‌طور به نظر برسد که پایش و کنترل آن‌ها لزومی ندارد و یا اصلاً امکان‌پذیر نباشد؛ زیرا نرخ رخداد آن‌ها در حدود ۰/۰۰۱ یا کوچک‌تر از آن است. پایش چنین مشخصه‌های کیفی، با استفاده از نمودارهای کنترل p و np ، به دلیل پدیده بیش‌افتراقی (Overdispersion) امکان‌پذیر نیست.

در سال‌های اخیر، مسأله پایش نرخ رخداد پیشامدهایی که احتمال رخداد آن‌ها ناچیز است، به عنوان مسأله‌ای جذاب در حوزه‌های صنعتی، بیمارستانی و اپیدمیولوژی مطرح شده است. مثال‌های ویژه پزشکی در این زمینه عبارتند از پایش افزایش خطر رخداد سرطان [۷]، پایش نرخ عیوب خروجی‌های بیمارستانی، به‌ویژه، جراحی‌ها [۷] و پایش نرخ رخداد ناهنجاری‌های مادرزادی [۹-۱۱].

توسعه روش‌های متعدد در مورد پایش رخدادهای کمیاب در بهداشت و درمان در سطح جهانی [۵۰-۱۲]، تأکیدی بر توجه خاص جوامع بین‌المللی بر ضرورت به‌کارگیری این روش‌ها است. ضرورت تحقیق حاضر نیز، معرفی متداول‌ترین این روش‌ها [۱۳] و البته مقایسه آن‌ها به‌منظور شناسایی کاراترین روش آماری در مورد پایش رخدادهای کمیاب است.

در این مقاله، ابتدا مروری بر روش‌های موجود برای پایش رخدادهای کمیاب ارائه می‌شود. در این راستا، پارامترها و روابط مرتبط با چهار روش اصلی در این زمینه معرفی می‌شوند؛ سپس با ارائه شاخص «متوسط طول دنباله»، عملکرد این چهار روش محاسبه می‌شوند. محاسبه شاخص مورد نظر برای هر یک از روش‌ها، در قالب شبیه‌سازی رایانه‌ای و با استفاده از نرم‌افزار

Matlab صورت گرفته است. در انتها، بحث و نتیجه‌گیری در مورد مقایسه عملکرد این روش‌ها ارائه شده است.

مروری بر مطالعات

مبحث پایش رخدادهای بهداشتی نادر (کمیاب)، از جمله ناهنجاری‌های مادرزادی، از زمان فاجعه تالیدومید (Thalidomide) در دهه ۱۹۶۰ مورد توجه قرار گرفت. از آن پس، روش‌های آماری متنوعی برای پایش نرخ رخداد پیشامدها توسعه داده شده است. مرور روش‌های پایش آماری در سلامت عمومی توسط سانسون و باک [۱۲] و وودال [۱۳] ارائه شده است. ویژگی‌های بهینگی روش‌های مختلف پایش، به‌گونه‌ای گسترده، توسط فریسن و سانسون [۱۴] و فریسن [۱۵، ۱۶] مرور شده است. قبل از آن نیز توسط باربوجانی [۱۷] و لای و همکاران [۱۸] مقالاتی مروری، با تمرکز بر پایش پیوسته رخداد ناهنجاری‌های مادرزادی، منتشر شده است.

در این مقاله، ضمن معرفی و مروری بر روش‌های آماری توسعه داده شده برای رخداد پیشامدهای نادر و کمیاب، چهار روش اساسی در این زمینه با جزئیاتی بیشتر معرفی می‌گردند؛ که هر یک برای کشف افزایش ناگهانی در نرخ رخداد یک پیشامد کمیاب توسعه داده شده است. روش مجموعه‌ها، به عنوان یکی از این روش‌ها را می‌توان در منبع [۱۹] مورد مذاقه قرار داد. دو روش بهبود یافته از روش مجموعه‌ها، یعنی روش امتیاز تجمعی و روش SHDA را به‌ترتیب در منابع [۲۰، ۲۱] و [۲۲، ۲۳] می‌توان مطالعه کرد. روش دیگر که توسط سگو و همکاران [۲۳] توسعه داده شده است، روش جمع تجمعی برنولی نام دارد. در حالی که روش جمع تجمعی برای نخستین بار توسط پیچ [۲۴] ارائه شد، سگو و همکاران [۲۳] از مدلی توسعه یافته بر اساس این روش، توسط رینولدز و استامپوس [۲۵، ۲۶]، برای پایش پیشامدهای کمیاب استفاده کرده‌اند. مقایسه چهار روش مذکور بر اساس ویژگی‌های بهینگی حداقل حداکثر (MinMax)، که در روش جمع تجمعی مطرح است [۲۸، ۲۷]، قابل انجام است.

فرض کنید Y_1, Y_2, Y_3 و غیره یک سری آزمایش‌های مستقل برنولی باشند؛ به‌گونه‌ای که $Y = 1$ نشان‌دهنده وجود ناهنجاری مادرزادی و $Y = 0$ بیان‌کننده عدم آن باشد. همچنین، فرض کنید $\tau \geq 1$ نشان‌دهنده زمان افزایش نرخ رخداد باشد؛ احتمال رخداد به‌زای $j = 1, 2, \dots, \tau - 1$ برابر با $P(Y_j = 1) = p_0$ و به‌زای $j = \tau, \tau + 1, \dots$ برابر با $P(Y_j = 1) = \gamma p_0$ خواهد بود؛

نمودار جمع تجمعی برنولی است [۲۵، ۳۲]. در مواقعی که تک تک افراد را نتوان مورد پایش قرار داد، روش‌هایی بر اساس زمان بین رخدادها توسعه داده شده‌اند؛ یکی از این روش‌ها نمودار جمع تجمعی نمایی (Exponential CUSUM) است [۳۳-۳۵]. به عنوان روشی دیگر از این نوع، می‌توان به روش شیرایوف-رابرتز (Shirayev-Roberts) برای مشاهدات نمایی اشاره کرد [۳۶]. زمانی که تنها بتوان داده‌ها را به صورت گروهی در فرجه‌های زمانی مشخص جمع‌آوری کرد (مانند تعداد رخدادها در هر ماه)، به کارگیری روش‌های پایش بر اساس توزیع احتمال پواسون منطقی به نظر می‌رسد. از جمله این روش‌ها می‌توان به نمودار جمع تجمعی پواسون (Poisson CUSUM) [۳۷، ۳۳] و نمودار میانگین متحرک موزون نمایی پواسون (Poisson EWMA) [۳۸] اشاره کرد. البته نمودارهای جمع تجمعی بینم (Binomial CUSUM) [۲۶] و میانگین متحرک موزون نمایی بینم (Binomial EWMA) [۳۹] را نیز می‌توان مورد استفاده قرار داد. هر زمان که امکان داشته باشد، باید از تجمیع (Aggregation) داده‌ها در بازه‌های زمانی (مدل‌های پواسون) یا تجمیع داده‌ها در قالب تعداد معینی از مشاهدات (مدل‌های بینم) امتناع کرد؛ زیرا این عمل می‌تواند باعث کاهش کارایی نمودار کنترل شود. استفاده از روش‌هایی که نیاز به تجمیع داده‌ها دارند، مستلزم اتمام بازه زمانی هستند، تا نمودار بتواند افزایش نرخ رخداد را در انتهای بازه زمانی نشان دهد؛ که این امر باعث تأخیر در هشدار توسط نمودار کنترل می‌شود. روش‌های شوهارت (Shewhart) مبتنی بر توزیع‌های احتمال هندسی، نمایی، پواسون یا بینم نیز می‌توانند برای پایش برخی پیشامدهای کمیاب به کار گرفته شوند [۴۰، ۶]. نمودارهای شوهارت، از لحاظ قابلیت شناسایی تغییرات با نرخ بسیار کم، در مقایسه با روش‌های مبتنی بر CUSUM و EWMA، دارای عملکردی نسبتاً ضعیف‌تر هستند؛ ولی پیاده‌سازی و تفسیر نتایج آن‌ها ساده‌تر است.

مقالات متعددی در مورد مقایسه روش‌های مجموعه‌ها، امتیاز تجمعی، SHDA و جمع تجمعی برنولی به چاپ رسیده است. بسیاری از محققان، نمودار جمع تجمعی پواسون را با روش مجموعه‌ها یا روش امتیاز تجمعی مقایسه کرده‌اند [۴۴-۴۱، ۱۹]. گالوس و همکاران [۴۲] و رادالی [۴۴] نشان داده‌اند زمانی که افزایشی کمتر از چهار برابر مقدار مبنا، در نرخ رخدادها حادث شود، نمودار جمع تجمعی پواسون سریع‌تر از روش مجموعه‌ها هشدار

به گونه‌ای که $0 < p_0 < 1$ و $1/p_0 < \gamma < 1$ است. فرض ساده ساز دیگری هم باید در نظر گرفت و آن این که مقدار p_0 مشخص است. البته به کارگیری این روش‌ها در عمل، نیازمند برآورد (تخمین) مقدار p_0 از داده‌های پیشین است. جنسن و همکاران [۲۹] تأثیر فرض مشخص بودن پارامترها (در حالی که واقعاً باید از داده‌های پیشین تخمین زده شوند) را بر نمودارهای کنترل، در قالب مقاله‌ای مروری ارایه داده‌اند. چن و همکاران [۳۰] این موضوع را در مورد روش مجموعه‌ها و روش امتیاز تجمعی لحاظ کرده‌اند.

چهار روش مذکور، نه تنها افزایش ناگهانی در نرخ رخداد، بلکه کاهش ناگهانی آن ($0 < \gamma < 1$) را نیز می‌توانند کشف کنند. چهار روش نام‌برده، به گونه‌ای طراحی می‌شوند که شرایط بهینگی حداقل حداکثر، برای کشف یک تغییر اسمی از مقدار p_0 به $p_1 = \gamma_1 p_0$ ، به ازای $1/p_0 < \gamma_1 < 1$ برقرار باشد؛ بنابراین، γ_1 نشان‌دهنده اندازه تغییری است که نمودار برای کشف آن طراحی شده است.

رویکردهای آماری در روش‌های فوق با هم متفاوت است. به عنوان مثال، در روش جمع تجمعی برنولی [۲۳]، نرخ رخداد ناهنجاری‌های مادرزادی در قبال یک سری آزمایش‌های برنولی مدل‌سازی می‌شود؛ در حالی که در سه روش دیگر، فاصله بین رخداد ناهنجاری‌ها در مدل‌سازی‌ها به کار گرفته می‌شوند. این فاصله می‌تواند به عنوان تعداد تولد نوزادان سالم در بین دو تولد با ناهنجاری مادرزادی در نظر گرفته شود؛ البته در صورتی که نرخ تولد را بتوان ثابت در نظر گرفت، این فاصله را می‌توان به عنوان زمان بین هر دو تولد با ناهنجاری مادرزادی در نظر گرفت. در مورد نخست، تعداد تولد نوزادان سالم در بین دو تولد با ناهنجاری مادرزادی، یک متغیر تصادفی هندسی (Geometric) در نظر گرفته می‌شود [۱۹] در حالی که در مورد دوم، زمان بین هر دو تولد با ناهنجاری مادرزادی، متغیر تصادفی نمایی (Exponential) اطلاق می‌شود [۷]. به رغم تفاوت در رویکردهای چهار روش مذکور، مفروضات آن‌ها یکسان است؛ از جمله این که نرخ رخدادهای کمیاب در همه آن‌ها ثابت و رخدادها از هم مستقل فرض می‌شوند.

علاوه بر چهار روش مذکور، تعدادی روش‌های پایش دیگر نیز وجود دارند. در صورتی که تعداد تولد نوزادان سالم در بین دو تولد با ناهنجاری مادرزادی در دسترس باشد، می‌توان یک نمودار جمع تجمعی بر اساس توزیع احتمال هندسی توسعه داد [۳۲، ۳۱]. در واقع، نمودار جمع تجمعی هندسی، از نظر عملکرد، در حد

حد آستانه t_s دارند. یعنی:

$$S_0 = 0$$

$$S_i = (1 + S_{i-1})I_{\{X_i < t_s\}}, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

زمانی که $S_i = n_s$ باشد، روش مجموعه‌ها هشدار می‌دهد. اگر $n_s = 1$ باشد، روش مجموعه‌ها به نمودار شوهارت هندسی یک‌طرفه، با حد کنترل پایین $LCL = t_s$ ، تبدیل می‌شود [۵۰]. لازم به ذکر است که روش مجموعه‌ها یک مورد خاص از روش پایش قوانین دنباله‌ها است که قبلاً توسط پیچ [۵۱] مورد بحث قرار گرفته بود.

روش SHDA

برای روش SHDA، نمادهای X_i ، n_t و t_t ، با همان مفهوم موجود در روش مجموعه‌ها به کار گرفته می‌شوند؛ البته اندیس t منحصرأ نمایان‌گر روش SHDA است. به‌منظور اجرای این روش، اگر تعداد n_t مجموعه متوالی، هرکدام دارای اندازه‌ای کوچک‌تر از t_t باشند، پرچمی افراشته می‌شود؛ در این صورت، اگر تعداد کل مجموعه‌هایی که پس از آخرین پرچم به‌وجود آمده‌اند، کوچک‌تر یا مساوی حد آستانه u_t باشد، روش SHDA هشدار خواهد داد.

زمانی که I آمین ناهنجاری مادرزادی مشاهده شود، D_i را برابر با تعداد مجموعه‌های متوالی در نظر بگیرید که دارای اندازه‌های کم‌تر از t_t هستند. همچنین، A_i را برابر با تعداد کل مجموعه‌هایی که پس از آخرین پرچم ایجاد شده‌اند، در نظر بگیرید. بنابراین داریم:

$$D_0 = 0$$

$$D_i = (1 + D_{i-1})I_{\{D_{i-1} < n_t\}}I_{\{X_i < t_t\}}, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

$$A_0 = 0$$

$$A_i = 1 + A_{i-1}I_{\{D_{i-1} < n_t\}}, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

زمانی که $A_i \leq u_t$ و $D_i = n_t$ است، روش SHDA هشدار می‌دهد. هر دو شمارنده D_i و A_i با مقدار صفر شروع به کار می‌کنند و در هر بار که پرچمی افراشته شود ($D_i = n_t$)، دوباره برابر صفر در نظر گرفته می‌شوند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مقداری باید برای n_t در نظر گرفته شود که البته نباید از u_t بزرگ‌تر باشد؛ در غیر این صورت، این نمودار هرگز هشدار نخواهد داد. اگر $n_t = u_t$ باشد، روش SHDA در صورتی هشدار می‌دهد که نخستین n_t مجموعه مشاهده شده، اندازه‌ای کم‌تر از t_t داشته باشند؛ یا این‌که $2n_t$ مجموعه متوالی با اندازه‌هایی کم‌تر از t_t مشاهده شده باشند. بنابراین، زمانی که $n_t = u_t$ باشد، روش SHDA معادل روش مجموعه‌ها با $n_s = 2n_t$ خواهد بود.

می‌دهد؛ در حالی که اگر افزایشی بیش‌تر از چهار برابر مقدار مبنا، در نرخ رخدادها ایجاد شود، روش مجموعه‌ها کاراتر عمل می‌کند. باربوجیا و کالزولاری [۴۱] با استفاده از شبیه‌سازی نشان داده‌اند که روش جمع تجمعی پواسون از روش مجموعه‌ها کاراتر است؛ ولی چن [۴۳] روش به‌کار رفته در تحقیق آن‌ها را زیر سؤال برده است. چن [۴۵] ادعا می‌کند که اگر متوسط تعداد رخدادها در سال، کوچک‌تر یا مساوی ۵ باشد، سرعت عمل روش مجموعه‌ها بیشتر از نمودار جمع تجمعی پواسون خواهد بود. اختلاف نظرهای بین نتایج چن [۴۵] و دیگران در مقایسه روش مجموعه‌ها با نمودار جمع تجمعی پواسون، ممکن است به دلیل رویکردهای مختلف ایشان به مسأله باشد. همچنین، روش مجموعه‌ها با روش‌های دیگری همچون روش جمع تجمعی هندسی [۴۶]، روش جمع تجمعی نمایی [۳۵]، روش امتیاز تجمعی [۲۰، ۳۰، ۴۴] و روش SHDA [۲۲، ۲۷، ۴۷] مورد مقایسه قرار گرفته است.

گریگ و فیرویل [۴۸، ۴۹] از روش مجموعه‌ها برای پایش خروجی دودویی (مرگ و بقا) عمل جراحی استفاده کرده‌اند؛ البته از آن جا که احتمال رخدادها در این حالت برای هر فرد متفاوت خواهد بود، روش مجموعه‌های تعدیل شده خط‌ر (Risk Adjusted Sets Method) را توسعه داده‌اند. ایشان روش خود را با روش جمع تجمعی تعدیل شده خطر (Risk Adjusted CUSUM) مقایسه و ادعا کرده‌اند که این روش دارای عملکردی بهتر است. در زیر معرفی اجمالی از چهار روش موردنظر برای پایش پیشامدهای کمیاب و مقایسه آن‌ها ارائه شده است.

روش مجموعه‌ها (Sets method)

یک مجموعه عبارت است از گروهی از نوزادان سالم که در فاصله بین تولد دو نوزاد با ناهنجاری مادرزادی متولد شده‌اند [۱۹]. فرض کنید X_i نشان‌دهنده اندازه (حجم) i آمین مجموعه باشد. به عبارت دیگر، X_i برابر با تعداد تولدهای بین رخدادهای $i-1$ و i ، به‌ازای $i = 1, 2, 3, \dots$ است؛ بنابراین، $X_1, X_2, \dots$ یک سری از متغیرهای تصادفی هندسی را تشکیل می‌دهد که تابع توزیع احتمال آن‌ها برابر با $p(1-p)^x$ است. در صورتی که تعداد n_s مجموعه متوالی، دارای اندازه‌ای کم‌تر از مقدار حدآستانه t_s باشد، روش مجموعه‌ها هشدار خواهد داد. (اندیس s منحصرأ نمایان‌گر روش مجموعه‌ها است).

در زمانی که I آمین ناهنجاری مادرزادی مشاهده می‌شود، S_i برابر است با تعداد مجموعه‌های متوالی که دارای اندازه‌ای کم‌تر از مقدار

روش امتیاز تجمعی (CUSCORE)

در روش امتیاز تجمعی، نمادهای X_i ، n_c و t_c ، با همان مفهوم موجود در روش مجموعه‌ها به کار گرفته می‌شوند؛ البته اندیس C منحصرأ نمایان گر روش امتیاز تجمعی است. برای هر اندازه مجموعه (X_i) امتیازی در نظر گرفته می‌شود؛ به گونه‌ای که اگر $X_i < t_c$ باشد، این وزن برابر با $g(X_i) = 1$ و در غیر این صورت، برابر با $g(X_i) = -1$ خواهد بود. امتیاز تجمعی (C_i) برابر است با:

$$C_0 = 0$$

$$C_i = \max(Q C_{i-1} + g(X_i)), i = 1, 2, 3, \dots$$

زمانی که $C_i = n_c$ باشد، روش امتیاز تجمعی هشدار خواهد داد. همانند روش مجموعه‌ها، در صورتی که $n_c = 1$ باشد، این روش به نمودار شوهارت هندسی با حد کنترل پایین $LCL = t_c$ تبدیل می‌شود.

روش جمع تجمعی برنولی Bernoulli CUSUM

آماره روش جمع تجمعی برنولی به صورت زیر است.

$$B_0 = 0$$

$$B_j = \max(Q B_{j-1} + Y_j - \delta), j = 1, 2, 3, \dots$$

به گونه‌ای که مقدار مرجع برابر است با:

$$\delta = \frac{-\log\left(\frac{1-p_1}{1-p_0}\right)}{\log\left(\frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)}\right)} = \frac{1}{k}$$

که از نسبت درستنمایی برنولی در آزمون نسبت احتمال متوالی (Sequential probability ratio test) منسوب به والد [۵۳] به دست می‌آید. در صورتی که $B_j \geq h$ باشد، این روش هشدار خواهد داد. همه روش‌های مبتنی بر روش جمع تجمعی بر اساس k و h توصیف می‌شوند؛ که به تفضیل در منبع [۶] تشریح شده است. رینولد و استامبوس [۲۶] این روش را با جزئیات کامل بیان کرده‌اند. شکل شماره ۱، چهار روش آماری مورد نظر را به‌ازای دامنه‌ای از تغییرات (بر حسب γ ، ضریبی از p_0) برای موارد ۱۲، ۱۳، ۲۸ و ۴۰ نشان می‌دهد. مهم‌ترین ویژگی نمودارهای شکل شماره ۱، این است که به‌ازای همه موارد، عملکرد روش جمع تجمعی برنولی از سه روش دیگر بهتر است.

جدول شماره ۱- تنظیم پارامترهای چهار روش آماری موردنظر با استفاده از رویکرد حداقل حداکثر برای چهار مورد انتخابی

مورد	p_0	γ	m_0	روش مجموعه‌ها			روش SHDA			روش امتیاز تجمعی		جمع تجمعی برنولی	
				n_s	t_s	n_t	u_t	t_t	n_c	t_c	k	h	
۱۲	۰/۰۰۶۰	۱/۲۵	۴۰۰	۲۷	۳۲۸	۱۲	۱۲	۳۰۰	۱۵	۱۰۸	۱۴۹	۱۱/۶۳۷۵۸	
۱۳	۰/۰۰۶۰	۲/۲۵	۳۵۰	۱۰	۱۵۷	۶	۶	۱۸۳	۸	۸۴	۱۰۸	۵/۸۷۹۶۳	
۲۸	۰/۰۰۰۹	۳/۵۰	۸۵۰	۹	۷۹۶	۴	۴	۶۸۹	۷	۴۴۰	۵۵۷	۵/۲۳۳۳۹	
۴۰	۰/۰۰۰۲	۵/۷۵	۳۵۰	۵	۲۰۴۷	۳	۳	۲۶۰۵	۴	۱۲۷۵	۱۸۴۱	۳/۶۵۲۳۶	

جدول شماره ۲- مقدار $ARL(p_0)$ در چهار روش آماری موردنظر، برای چهار مورد انتخابی

مورد	p_0	γ	m_0	r_0	روش مجموعه‌ها			روش SHDA		روش امتیاز تجمعی		جمع تجمعی برنولی	
					n_s	t_s	n_t	u_t	t_t	n_c	t_c	h	
۱۲	۰/۰۰۶۰	۱/۲۵	۴۰۰	۶۶۶۶۷	۲۷	۳۲۸	۱۲	۱۲	۳۰۰	۱۵	۱۰۸	۱۱/۶۳۷۵۸	
۱۳	۰/۰۰۶۰	۲/۲۵	۳۵۰	۵۸۳۳۳	۱۰	۱۵۷	۶	۶	۱۸۳	۸	۸۴	۵/۸۷۹۶۳	
۲۸	۰/۰۰۰۹	۳/۵۰	۸۵۰	۹۴۴۴۴	۹	۷۹۶	۴	۴	۶۸۹	۷	۴۴۰	۵/۲۳۳۳۹	
۴۰	۰/۰۰۰۲	۵/۷۵	۳۵۰	۱۷۵۰۰۰	۵	۲۰۴۷	۳	۳	۲۶۰۵	۴	۱۲۷۵	۳/۶۵۲۳۶	

جدول شماره ۳- مقدار $ARL(\gamma)$ در چهار روش آماری موردنظر، برای چهار مورد انتخابی

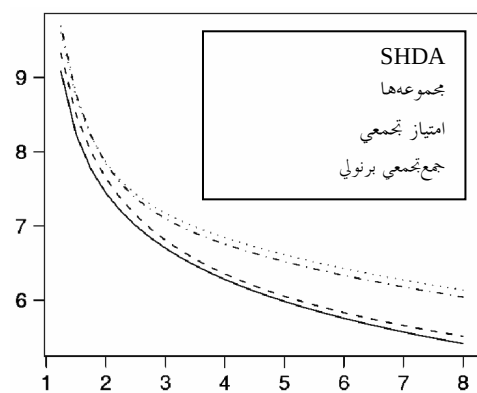
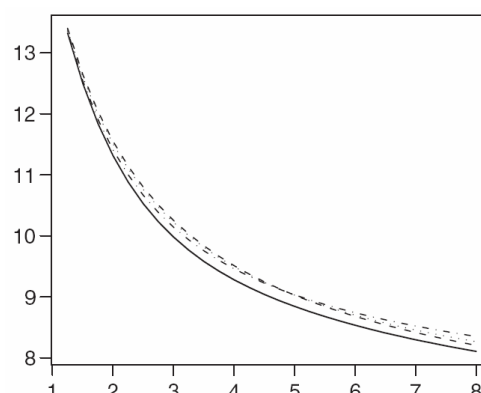
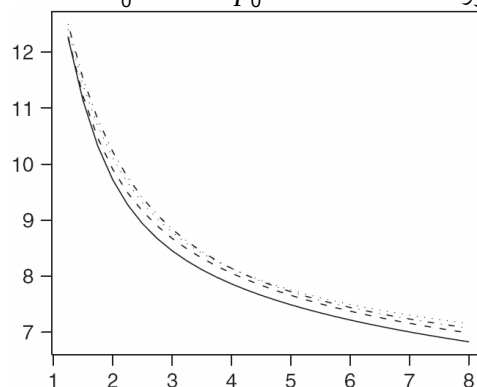
مورد	p_0	γ	m_0	روش مجموعه‌ها			روش SHDA		روش امتیاز تجمعی		جمع تجمعی برنولی	
				n_s	t_s	n_t	u_t	t_t	n_c	t_c	h	
۱۲	۰/۰۰۶۰	۱/۲۵	۴۰۰	۲۷	۳۲۸	۱۲	۱۲	۳۰۰	۱۵	۱۰۸	۱۴۹	۱۱/۶۳۷۵۸
۱۳	۰/۰۰۶۰	۲/۲۵	۳۵۰	۱۰	۱۵۷	۶	۶	۱۸۳	۸	۸۴	۱۰۸	۵/۸۷۹۶۳
۲۸	۰/۰۰۰۹	۳/۵۰	۸۵۰	۹	۷۹۶	۴	۴	۶۸۹	۷	۴۴۰	۵۵۷	۵/۲۳۳۳۹
۴۰	۰/۰۰۰۲	۵/۷۵	۳۵۰	۵	۲۰۴۷	۳	۳	۲۶۰۵	۴	۱۲۷۵	۱۸۴۱	۳/۶۵۲۳۶

جدول شماره ۴- مقدار $ARL(\gamma)$ در چهار روش آماری، برای موارد ۱۳ و ۴۰، به ازای دامنه‌ای از تغییرات (بر حسب γ ، ضریبی از p_0)

مورد	p_0	γ	روش مجموعه‌ها	روش SHDA	روش امتیاز تجمعی	جمع تجمعی برنولی
۱۳	۰/۰۰۶۰	۱/۵	۶۷۷۳/۹۹	۶۶۸۸/۱۵	۵۴۵۵/۸۶	۴۶۰۴/۹۹
۱۳	۰/۰۰۶۰	۲/۰	۲۲۳۲/۶۳	۲۲۳۲/۲۲	۱۹۱۰/۴۵	۱۵۱۷/۴۹
۱۳	۰/۰۰۶۰	۲/۵	۱۱۶۴/۴۶	۱۲۰۲/۱۹	۱۰۵۳/۷۰	۸۴۶/۶۵
۱۳	۰/۰۰۶۰	۳/۰	۷۶۴/۷۸	۸۱۴/۱۱	۷۰۶/۷۵	۵۸۱/۱۱
۱۳	۰/۰۰۶۰	۴/۰	۴۵۹/۳۸	۵۱۰/۹۶	۴۱۸/۴۷	۳۵۵/۸۳
۱۳	۰/۰۰۶۰	۶/۰	۲۷۲/۷۵	۳۱۴/۵۲	۲۳۲/۲۱	۲۰۰/۳۴
۱۳	۰/۰۰۶۰	۸/۰	۲۰۰/۴۶	۲۳۳/۰۷	۱۳۹/۰۵	۱۳۹/۵۰
۴۰	۰/۰۰۰۲	۱/۵	۲۹۷۹۸۰/۸۸	۲۷۹۷۳۸/۰۵	۳۱۰۷۴۳/۴۵	۲۶۸۵۷۶/۴۱
۴۰	۰/۰۰۰۲	۲/۰	۹۹۴۸۴/۱۶	۹۰۲۰۵/۵۱	۱۰۳۹۴۳/۷۸	۸۲۰۵۴/۴۴
۴۰	۰/۰۰۰۲	۲/۵	۴۷۱۵۹/۶۹	۴۲۸۵۶/۲۶	۴۸۹۹۹/۶۰	۳۷۳۲۲/۶۳
۴۰	۰/۰۰۰۲	۳/۰	۲۷۴۹۴/۹۸	۲۵۴۰۹/۱۴	۲۸۳۸۲/۹۸	۲۱۶۲۲/۹۵
۴۰	۰/۰۰۰۲	۴/۰	۱۳۳۰۱/۰۴	۱۲۸۴۶/۷۲	۱۳۵۳۳/۵۸	۱۰۷۲۶/۹۴
۴۰	۰/۰۰۰۲	۶/۰	۶۰۱۵/۱۳	۶۲۵۸/۲۱	۵۸۹۴/۱۰	۵۰۹۸/۲۳
۴۰	۰/۰۰۰۲	۸/۰	۳۸۹۴/۶۵	۴۲۴۱/۹۰	۳۶۶۶/۰۱	۳۳۲۰/۶۴

جدول شماره ۵- تعداد مواردی که هر روش از روش‌های دیگر برتر است

روش	تعداد دفعاتی که روش، اولین روش برتر بوده است	تعداد دفعاتی که روش، دومین روش برتر بوده است	تعداد دفعاتی که روش، سومین روش برتر بوده است	تعداد دفعاتی که روش، چهارمین روش برتر بوده است
مجموعه‌ها	۰	۱	۳۲	۷
SHDA	۰	۱	۸	۳۱
امتیاز تجمعی	۰	۳۸	۰	۲
جمع تجمعی برنولی	۴۰	۰	۰	۰

مورد ۲۸: $m_0 = 85C$, $p_0 = 0/0000$ مورد ۴۰: $m_0 = 35C$, $p_0 = 0/0002$ شکل شماره ۱- مقایسه عملکرد چهار روش آماری به ازای تغییرات مختلف (بر حسب γ ، ضریبی از p_0) برای موارد ۱۲، ۱۳، ۲۸ و ۴۰

بحث و نتیجه گیری

با پیشرفت علوم و تکنولوژی، به تدریج، سطح برخی از مشخصه‌های کیفی در حوزه بهداشت و درمان بهبود یافته است؛ تا حدی که بسیاری از این مشخصه‌ها به مشخصه‌هایی نادر و کمیاب بدل شده‌اند (مانند نرخ تولدهایی با ناهنجاری‌های مادرزادی، که این نرخ در جوامع توسعه‌یافته بسیار ناچیز است). شاید در نگاه نخست، چنین مشخصه‌هایی نیاز به پایش و کنترل نداشته باشند؛ ولی روش‌های آماری توسعه داده شده در این زمینه نشان می‌دهند که این مشخصه‌های کیفی نیز به سبب عوامل گوناگون (انحرافات غیرتصادفی) می‌توانند از کنترل خارج شده، ناهنجاری‌های فردی و اجتماعی را موجب شوند. به کارگیری چنین روش‌های آماری و توسعه آن‌ها، لازمه بهبود مستمر در حوزه بهداشت و درمان برای هر کشور توسعه‌یافته و در حال توسعه است. معروف‌ترین روش‌های توسعه‌داده شده در این خصوص، چهار روش مطرح شده در این مقاله هستند که بر اساس شاخص متوسط طول دنباله، نتایج شبیه‌سازی‌های صورت گرفته در این مقاله، در اغلب موارد، روش‌های جمع‌تجمعی برنولی، مجموعه‌ها، امتیاز تجمعی و SHDA، به ترتیب

منابع

1. Arantes A, Carvalho EDS, Medeiros EAS, Farhat CK, Mantese OC. Use of statistical process control charts in the epidemiological surveillance of nosocomial infections. *Revista de Saúde Pública* 2003; 37: 768-74
2. Paris PT, McCulloch P, Steger AC, Benjamin IS, Poloniecki JD. Mortality control charts for comparing performance of surgical units: validation study using hospital mortality data. *British Medical Journal* 2003; 326: 786-8
3. Solodky C, Chen H, Jones PK, Katcher W, Neuhauser D. Patients as partners in clinical research: a proposal for applying quality improvement methods to patient care. *Medical Care* 1998; 36: AS13-20
4. Hebert C, Neuhauser D. Improving hypertension care with patient-generated run charts: physician, patient, and management perspectives. *Quality Management Health Care* 2004; 13: 174-7
5. Solodky C, Chen H, Jones PK, Katcher W, Neuhauser D. Patients as partners in clinical research: a proposal for applying quality improvement methods to patient care. *Medical Care* 1998; 36: AS13-20
6. Montgomery DC. Introduction to statistical quality control. 5th Edition, Wiley: New York, 2005
7. Sitter RR, Hanrahan LP, DeMets D, Anderson HA. A monitoring system to detect increased rates of cancer incidence. *American Journal of Epidemiology* 1990; 132: 123-30
8. Leandro G, Rolando N, Gallus G, Rolles K, Burroughs AK. Monitoring surgical and medical outcomes: the Bernoulli cumulative SUM chart. A novel application to assess clinical interventions. *Postgraduate Medical Journal* 2005; 81: 647-52
9. Hill GB, Spicer CC, Weatherall JAC. The computer surveillance of congenital malformations. *British Medical Bulletin* 1968; 24: 215-18
10. Bjerkedal T, Bakketeig LS. Surveillance of congenital malformations and other conditions of the newborn. *International Journal of Epidemiology* 1975; 4: 31-36
11. Weatherall JAC, Haskey JC. Surveillance of malformations. *British Medical Bulletin* 1976; 32: 39-44
12. Sonesson C, Bock D. A review and discussion of prospective statistical surveillance in public health. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A* 2003; 166: 5-21

عملکردی بهتر دارند؛ ولی در همه موارد، روش جمع‌تجمعی برنولی دارای عملکردی بهتر از سه روش دیگر است.

سهم نویسندگان

امیرافشین فتاحی: جمع‌آوری و هماهنگی مطالب، تهیه و تدوین نهایی مقاله
رسول نورالسنا: تعریف موضوع مقاله، شناسایی روش‌های توسعه داده شده و ویرایش نهایی مقاله
پرشنگ دوکوهکی: کدنویسی به زبان Matlab به منظور مقایسه روش‌ها
مسعود باباخانی: بررسی و تأیید جامعیت روش‌های ارائه شده (در قالب مروری جامع بر روش‌ها)

تشکر و قدردانی

از استادان محترم داور فصل‌نامه پایش که با ارایه نظرانی صحیح و دقیق، اینجانبان را در بهبود این مقاله یاری رساندند، سپاسگزاریم.

13. Woodall WH. The use of control charts in health-care and public-health surveillance (with discussion). *Journal of Quality Technology* 2006; 38: 89-104
14. Fris'en M, Sonesson C. Optimal surveillance. In: *Spatial and Syndromic Surveillance for Public Health*, Lawson AB, Kleinman K (eds). Wiley: New York, NY, 2005: 31-52
15. Fris'en M. Statistical surveillance: optimality and methods. *International Statistical Review* 2003; 71: 403-34
16. Fris'en M. Evaluation of methods for statistical surveillance. *Statistics in Medicine* 1992; 11: 1489-1502
17. Barbujani G. A review of statistical methods for continuous monitoring of malformation frequencies. *European Journal of Epidemiology* 1987; 3: 67-77
18. Lie RT, Stein EV, Botting B, Skjaerven R. Statistical methods for surveillance of congenital malformations: when do the data indicate a true shift in the risk that an infant is affected by some type of malformation? *International Journal of Risk and Safety in Medicine* 1991; 2: 289-300
19. Chen R. A surveillance system for congenital malformations. *Journal of the American Statistical Association* 1978; 73: 323-27
20. Wolter C. Monitoring intervals between rare events: a cumulative score procedure compared with Rina Chen's sets technique. *Methods of Information in Medicine* 1987; 26: 215-19
21. Munford AG. A control chart based on cumulative scores. *Applied Statistics* 1980; 29: 252-58
22. Sitter R, Hanrahan LP, Anderson LP, DeMets D. The authors' reply. *American Journal of Epidemiology* 1991; 134: 917-19
23. Sego LH, Woodall WH, Reynolds Jr MR. A comparison of surveillance methods for small incidence rates *Statistics in Medicine* 2008; 27: 1225-1247
24. Page ES. Continuous inspection schemes. *Biometrika* 1954; 41: 100-114
25. Reynolds Jr MR, Stoumbos ZG. A CUSUM chart for monitoring a proportion when inspecting continuously. *Journal of Quality Technology* 1999; 31: 87-108
26. Reynolds Jr MR, Stoumbos ZG. A general approach to modeling CUSUM charts for a proportion. *IIE Transactions* 2000; 32: 515-35
27. Lorden G. Procedures for reacting to a change in distribution. *Annals of Mathematical Statistics* 1971; 42: 1897-1908
28. Moustakides GV. Optimal stopping times for detecting changes in distributions. *Annals of Statistics* 1986; 14:1379-87
29. Jensen WA, Jones-Farmer LA, Champ CW, Woodall WH. Effects of parameter estimation on control chart properties: a literature review. *Journal of Quality Technology* 2006; 38: 349-64
30. Chen R, Connelly RR, Mantel N. The efficiency of the sets and the cuscore techniques under biased baseline rates. *Statistics in Medicine* 1997; 16: 1401-11
31. Bourke PD. Detecting a shift in fraction nonconforming using run-length control charts with 100% inspection. *Journal of Quality Technology* 1991; 23: 225-38
32. Bourke PD. The geometric CUSUM chart with sampling inspection for monitoring fraction defective. *Journal of Applied Statistics* 2001; 28:951-72
33. Lucas JM. Counted data cusums. *Technometrics* 1985; 27: 129-44
34. Gan FF. Design of optimal exponential CUSUM control charts. *Journal of Quality Technology* 1994; 26: 109-24
35. Mathers CD, Harris RS, Lancaster PAL. A cusum scheme based on the exponential distribution for surveillance of rare congenital malformations. *Australian Journal of Statistics* 1994; 36: 21-30
36. Kenett RS, Pollak M. Data-analytic aspects of the Shirayev-Roberts control chart: surveillance of a nonhomogeneous Poisson process. *Journal of Applied Statistics* 1996; 23: 125-37
37. Ewan WD, Kemp KW. Sampling inspection of continuous processes with no autocorrelation between successive results. *Biometrika* 1960; 47: 363-80
38. Borror CN, Champ CW, Rigdon SE. Poisson EWMA control charts. *Journal of Quality Technology* 1998; 30: 352-61
39. Gan FF. Monitoring observations generated from a binomial distribution using modified exponentially weighted moving average control chart. *Journal of Statistical Computation and Simulation* 1990; 37: 45-60
40. Woodall WH. Control charts based on attribute data: bibliography and review. *Journal of Quality Technology* 1997; 29: 172-82
41. Barbujani G, Calzolari E. Comparison of two statistical techniques for the surveillance of birth defects through a Monte Carlo simulation. *Statistics in Medicine* 1984; 3: 239-47

42. Gallus G, Mandelli C, Marchi M, Radaelli G. On surveillance methods for congenital malformations. *Statistics in Medicine* 1986; 5: 565-71
43. Chen R. The relative efficiency of the sets and the CUSUM techniques in monitoring the occurrence of a rare event. *Statistics in Medicine* 1987; 6: 517-25
44. Radaelli G. Using the cuscore technique in the surveillance of rare health events. *Journal of Applied Statistics* 1992; 19: 75-81
45. Chen R. RE: Comparison of two statistical techniques for the surveillance of birth defects through a Monte Carlo simulation. *Statistics in Medicine* 1985; 4: 389-90
46. Kenett R, Pollak M. On sequential detection of a shift in the probability of a rare event. *Journal of the American Statistical Association* 1983; 78: 389-95
47. Chen R. RE: A monitoring system to detect increased rates of cancer incidence. *American Journal of Epidemiology* 1991; 134: 916-17
48. Grigg OA, Farewell VT. A risk-adjusted sets method for monitoring adverse medical outcomes. *Statistics in Medicine* 2004; 23: 1593-1602
49. Grigg OA, Farewell V. An overview of risk-adjusted charts. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A* 2004; 167: 523-39
50. Radaelli G. Detection of an unknown increase in the rate of a rare event. *Journal of Applied Statistics* 1996; 23: 105-13
51. Page ES. Control charts with warning lines. *Biometrika* 1955; 42: 243-57
52. Wald A. *Sequential Analysis*. 1 st Edition, Dover: New York, NY, 1947